

Predição do tempo de vida de baterias de Lítio Íon Polímero utilizando o Modelo Rakhmatov e Vrudhula

Luana Fransozi¹, Marcia de F. Brondani¹, Airam Sausen¹, Paulo S. Sausen¹

¹Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Modelagem Matemática, Departamento de Ciências Exatas e Engenharia, Rua Lulu Ilgenfritz, 480, Bairro São Geraldo, 98700-000 – Ijuí, RS, Brasil.

Luh.fransozi@hotmail.com, marciabrondani@yahoo.com.br,

{airam, sausen}@unijui.edu.br

Abstract. *In this work, the mathematical modeling of Lithium Ion Polymer batteries lifetime is carried out. For this study, it is used an analytical model, called Rakhmatov and Vrudhula model (RV). This model has two empirical parameters which are estimated using experimental data from a test bed. The simulations are performed using the Matlab computational tool, adopting a vast array of discharge currents. The model validation consists of a comparative analysis between the simulated results and the experimental data. The results have shown that the RV model has good accuracy, obtaining an average error of 1.08%.*

Resumo. *Neste trabalho é realizada a modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Lítio Íon Polímero (Li-Po) a partir do modelo analítico denominado Rakhmatov e Vrudhula (RV). Este modelo possui dois parâmetros empíricos, os quais são estimados utilizando dados experimentais de uma plataforma de testes. As simulações são realizadas na ferramenta computacional Matlab, adotando um amplo conjunto de perfis de descargas. A validação do modelo consiste em uma análise comparativa entre os resultados simulados e os resultados experimentais. Os resultados mostram que este modelo apresenta resultados satisfatórios, obtendo um erro médio de 1,08%.*

1. Introdução

O crescente avanço em tecnologia móvel tem facilitado e intensificado o acesso a informação, principalmente devido à propagação do acesso à internet, e ao uso de redes sem fio. As diversas aplicações disponibilizadas em dispositivos móveis implicam no aumento do consumo de energia, normalmente fornecida por baterias recarregáveis. A capacidade de uma bateria é finita, limitando o tempo operacional destes dispositivos. Desta forma, tem-se a necessidade de realizar estudos relacionados à vida útil das baterias, objetivando a investigação de métodos eficazes para a predição dos seus tempos de vida.

O tempo de vida de uma bateria é definido como o intervalo de tempo decorrido durante o processo de descarga, até que seja atingido o nível de *cutoff*, ou seja, o tempo que a bateria leva para atingir a quantidade mínima de energia necessária para manter o dispositivo operacional (Rakhmatov e Vrudhula, 2001). Uma maneira de prever este tempo é fazer uso da modelagem matemática para representar o processo de descarga de energia das baterias. Ao longo dos anos, diferentes modelos matemáticos são desenvolvidos com esta finalidade. Estes modelos são divididos em categorias de

acordo com as características abordadas, dentre estes destacam-se: os modelos eletroquímicos (Fuller e Newman, 1994), os modelos elétricos (Chen e Rincón-Mora, 2006; Tremblay, 2009), os modelos estocásticos (Chiasserini e Rao, 1999), os modelos analíticos (Rakhmatov e Vrudhula, 2001; Manwell, 1993), os modelos via teoria de Identificação de Sistemas (Romio, 2012) e os modelos híbridos (Kim, 2011). Cada modelo possui um nível de complexidade e, de acordo com as propriedades levadas em consideração, são utilizados para um determinado fim. Ressalta-se que neste trabalho é dada ênfase aos modelos analíticos, mais especificamente, ao modelo Rakhmatov e Vrudhula (RV).

Os modelos analíticos são considerados computacionalmente eficientes e flexíveis, podendo ser facilmente estendidos para diferentes tipos de baterias. Nestes modelos, as principais propriedades da bateria são modeladas utilizando-se um conjunto reduzido de equações, agregando acurácia e facilidade na sua implementação (Jongerden e Haverkort, 2008). Dentre os modelos analíticos, é escolhido o modelo RV que dentre suas diversas características, destaca-se a capacidade de capturar duas importantes características não lineares que ocorrem no processo de descarga: o efeito da taxa de capacidade e o efeito de recuperação (Silva, 2014).

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é realizar a modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Li-Po utilizando o modelo RV, a fim de simular a descarga de energia destas baterias e assim, possibilitar a predição dos seus tempos de vida. As simulações são realizadas na ferramenta computacional *Matlab*, considerando um amplo conjunto de perfis de descargas. A validação do modelo é realizada a partir da comparação entre os tempos de vida simulados e os tempos de vida experimentais médios, obtidos a partir de uma plataforma de testes.

Assim, o artigo está organizado da seguinte forma. Na Seção 2 são descritas as equações do modelo RV. Na Seção 3 são apresentados a plataforma de testes utilizada na obtenção dos dados experimentais, o procedimento adotado para a coleta dos dados e a estimação dos parâmetros do modelo RV. Na Seção 4 é apresentada a validação do modelo RV. E finalmente, na Seção 5 é apresentada a conclusão.

2. Modelagem Matemática

Nesta seção é apresentado o modelo RV, utilizado neste trabalho para a predição do tempo de vida de baterias de Li-Po. O modelo RV (Rakhmatov e Vrudhula, 2001) descreve a evolução da concentração de espécies eletroativas no eletrólito, durante o processo de descarga de uma bateria. O modelo baseia-se em simplificações de fenômenos complexos e considera dois processos principais: as reações eletroquímicas na superfície do eletrodo e a difusão dos íons no eletrólito (Rakhmatov, Vrudhula e Wallach, 2002).

O processo de difusão unidimensional é descrito pelas Leis de Fick, dadas pelo sistema de EDPs descrito a seguir

$$\begin{cases} -J(x, t) = D \frac{\partial C(x, t)}{\partial x} \\ \frac{\partial C(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(x, t)}{\partial x^2} \end{cases} \quad (1)$$

onde: $C(x, t)$ é a concentração de eletrólitos no tempo t e na distância x do eletrodo, $J(x, t)$ é o fluxo de espécies eletroativas e D é a constante de difusão. Para uma bateria totalmente carregada, a concentração de espécies eletroativas está uniformemente distribuída em todo eletrólito, proporcionando a condição inicial

$$C(x, 0) = C^* \quad (2)$$

Um eletrólito de tamanho ω fornece as seguintes condições de fronteira: em $x = 0$, de acordo com a Lei de Faraday, o fluxo das espécies eletroativas $J(0, t)$ no eletrodo é proporcional a corrente $i(t)$, ou seja,

$$-J(0, t)vAF = i(t), \quad (3)$$

onde: A é a área da superfície do eletrodo, F é a constante de Faraday, e v é o número de elétrons envolvidos na reação eletroquímica na superfície do eletrodo, com isso,

$$D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{i(t)}{vFA}; \quad (4)$$

em $x = \omega$, o fluxo é zero, assim,

$$D \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=\omega} = 0. \quad (5)$$

Para a resolução do modelo aplica-se o método da Transformada de Laplace e Transformada de Laplace Inversa, obtendo-se a seguinte solução analítica

$$\rho(t) = \frac{1}{vFA\sqrt{\pi D} C^*} \int_0^t i(\tau) d\tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^t i(\tau) e^{-\frac{\pi^2 D(t-\tau)n^2}{\omega^2}} d\tau, \quad (6)$$

onde: $\rho(t) = 1 - \frac{C(0,t)}{C^*}$.

Considerando

$$\beta = \frac{\omega}{\sqrt{D}} \quad (7)$$

o parâmetro que está relacionado ao comportamento não linear da bateria e,

$$\alpha = vFA\sqrt{\pi DC^*}\rho(L) \quad (8)$$

o parâmetro que está relacionado com a capacidade da bateria. Sendo $t = L$ o tempo de vida da bateria, com base na equação (6), obtém-se a expressão geral

$$\alpha = \int_0^L i(\tau) d\tau + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^L i(\tau) e^{-\beta^2 n^2 (L-\tau)} d\tau \quad (9)$$

que relaciona o tempo de vida L da bateria a partir de um determinado perfil de descarga $i(\tau)$. O tempo de vida L é definido como o ponto em que a concentração das espécies eletroativas na superfície do eletrodo atinge o nível de *cutoff*.

O modelo RV permite o cálculo do tempo de vida de baterias utilizando correntes de descargas constantes e variáveis. Especificamente, para uma corrente de descarga constante, ou seja, $i(\tau) = I$, a equação (9) se reduz a

$$\alpha = IL \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 - e^{-\beta^2 n^2 L}}{\beta^2 n^2 L} \right] \quad (10)$$

Para casos gerais, pode-se aproximar a corrente de descarga variável no tempo por uma corrente constante por partes, chamada de função escada de n degraus (Schneider, 2011). A equação resultante fornece a solução geral do modelo RV para cargas variáveis,

$$\alpha = \sum_{k=0}^{n-1} I_k \left[t_{k+1} - t_k + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\beta^2 n^2 (L-t_{k+1})} - e^{-\beta^2 n^2 (L-t_k)}}{\beta^2 n^2} \right] \quad (11)$$

A seguir, são apresentados os dados experimentais utilizados para a realização da modelagem matemática do tempo de vida de baterias de Li-Po.

3. Materiais e Métodos

Nesta seção é apresentada a plataforma de testes utilizada para a realização dos ensaios experimentais, assim como é descrito o procedimento realizado para a coleta dos dados. Em seguida, são apresentados os conjuntos de dados experimentais utilizados para a parametrização e para a validação do modelo RV. Após, é apresentada a estimação dos parâmetros do modelo RV, realizada a partir do método dos Mínimos Quadrados.

3.1. Plataforma de testes

Os dados experimentais utilizados neste trabalho são obtidos a partir de uma plataforma de testes, desenvolvida pelo Grupo de Automação Industrial e Controle (GAIC) da Unijuí, mostrada na Figura 1. Esta plataforma possibilita capturar informações instantâneas referentes ao processo de descarga de baterias, tais como: corrente, temperatura, tensão e duração da descarga.

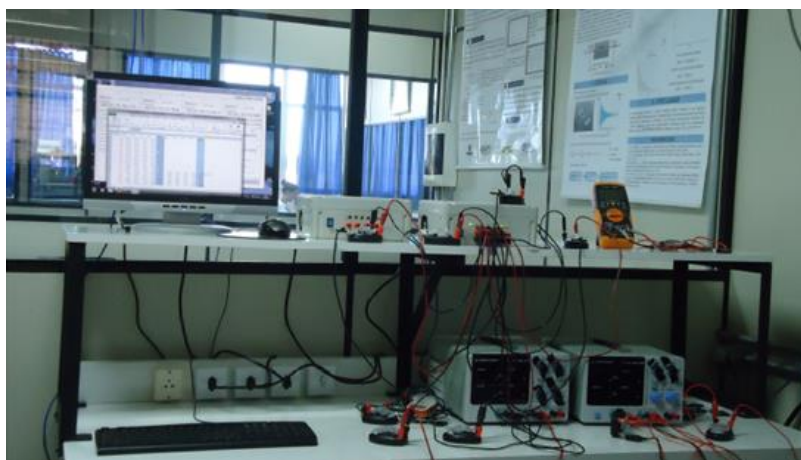


Figura 2. Plataforma de testes

Para a coleta dos dados experimentais é adotada a seguinte metodologia. Inicialmente, as baterias são conectadas a uma fonte de carregamento externa, sendo submetidas a um processo de carga completo. Após este procedimento, as baterias são desconectadas da fonte de carga, e posteriormente, conectadas à plataforma para iniciar o processo de descarga. Este processo ocorre enquanto as baterias não atingirem a tensão de *cutoff*.

Os ensaios experimentais são realizados considerando 31 perfis de descargas constantes, variando de 50 mA a 800 mA, em intervalos de 25 mA. Para cada perfil de descarga são realizados 12 ensaios experimentais, e então é calculado o tempo de vida experimental médio (TV_{em}) do perfil. Para este estudo, são utilizadas oito baterias de Li-Po novas, modelo PL383562-2C.

Os dados experimentais obtidos neste processo são divididos em dois conjuntos. O primeiro conjunto apresentado na Tabela 1 é formado por 16 perfis de descargas em mA e os respectivos TV_{em} em minutos, é utilizado para a estimação dos parâmetros do modelo RV. O segundo conjunto apresentado na Tabela 1 é composto por 15 perfis de descargas, sendo utilizado para a validação do referido modelo.

Tabela 1. Dados experimentais

Conjunto 1		Conjunto 2	
Perfis (mA)	TV_{em} (min)	Perfis (mA)	TV_{em} (min)
50	945,14	75	609,91
100	462,64	125	377,61
150	308,08	175	270,69
200	228,31	225	202,74
250	184,25	275	165,65
300	151,61	325	141,22
350	131,23	375	123,30
400	115,97	425	108,34
450	101,82	475	95,32
500	91,52	525	86,33
550	82,77	575	78,31
600	75,70	625	71,86
650	69,37	675	66,45
700	64,35	725	61,12
750	59,59	775	56,87
800	55,48		

A seguir, é apresentada a estimação dos parâmetros do modelo RV considerando os dados experimentais selecionados para esta finalidade.

3.2. Estimação dos parâmetros

O modelo RV possui dois parâmetros empíricos que necessitam ser estimados: alfa (α) e beta (β). O parâmetro α está relacionado com a capacidade da bateria, já o parâmetro β está relacionado com o comportamento não linear da bateria. Para a estimação destes parâmetros é utilizado o método dos Mínimos Quadrados, que consiste em encontrar o melhor ajuste para um conjunto de dados, buscando minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor calculado pelo modelo e os dados experimentais (Silva, 2013). Neste estudo, os valores calculados para α e β podem ser visualizados na Tabela 2.

Tabela 2. Parâmetros do modelo RV

Parâmetro	Valor
	26702
	3,1617

Após o cálculo dos valores destes parâmetros, são realizadas as simulações com o

modelo RV na ferramenta computacional *Matlab*, considerando os perfis de descargas selecionados para a validação deste modelo. A seguir, são apresentados os tempos de vida simulados (TV_s) pelo modelo RV, assim como a sua validação.

4. Resultados e Discussões

O modelo RV é validado a partir de uma análise comparativa entre os TV_s e os TV_{em} , a fim de determinar a porcentagem de erro entre estes valores. Os resultados das simulações do modelo RV são apresentados na Tabela 3, a qual contém para cada perfil de descarga, o TV_{em} , o TV_s , e o erro obtido entre os tempos de vida experimental e simulado pelo modelo. Também é apresentado o erro médio, calculado pela média aritmética dos erros encontrados para cada perfil de descarga.

Tabela 3. Validação do modelo RV

Perfis (mA)	TV_{em} (min)	TV_s (min)	Erro (%)
75	609,91	637,22	4,48
125	377,61	375,56	0,54
175	270,69	266,56	1,53
225	202,74	206,56	1,89
275	165,65	168,33	1,62
325	141,22	141,89	0,47
375	123,30	122,56	0,60
425	108,34	107,78	0,52
475	95,32	96,00	0,71
525	86,33	86,56	0,27
575	78,31	78,78	0,60
625	71,86	72,22	0,50
675	66,45	66,56	0,17
725	61,12	61,78	1,08
775	56,87	57,56	1,21
			Erro médio: 1,08%

A partir das simulações realizadas é possível perceber que o modelo RV apresenta resultados satisfatórios para a predição do tempo de vida de baterias de Li-Po, obtendo um erro médio de 1,08%. Os resultados simulados pelo modelo encontram-se muito próximos aos resultados experimentais, conforme mostrado na Figura 2.

Considerando os perfis de descargas aplicados nas simulações, o modelo obteve menor erro no perfil de 675 mA, com 0,17%. O resultado menos satisfatório obtido pelo modelo é encontrado no perfil de descarga de 75 mA, com erro de 4,48%. Isto acontece devido à maior influencia dos efeitos não lineares em correntes de descargas mais baixas.

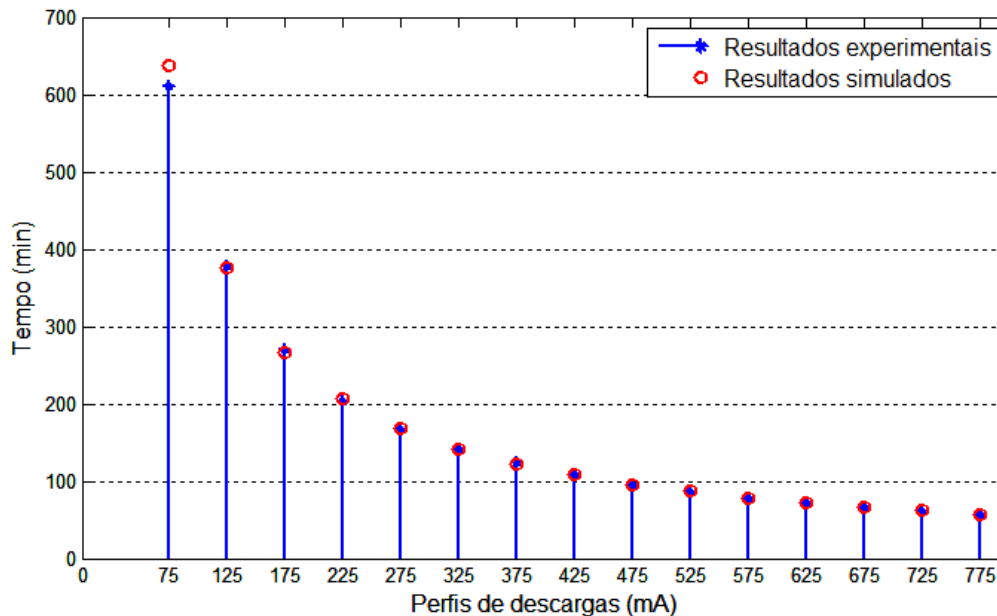


Figura 2. Resultados experimentais e resultados simulados

5. Conclusão

Neste trabalho foi realizado um estudo acerca da utilização do modelo RV na predição do tempo de vida de baterias de Li-Po, objetivando analisar o comportamento destas baterias durante seus processos de descargas. Para isto, foi realizada a estimação dos parâmetros do modelo a partir de um conjunto de dados experimentais obtidos em uma plataforma de testes. Em seguida, foram realizadas as simulações computacionais na ferramenta computacional *Matlab*, considerando diferentes perfis de descarga. A validação do modelo foi realizada por meio de uma análise comparativa entre os resultados experimentais e os resultados simulados.

A partir dos resultados obtidos conclui-se que o modelo RV é capaz de prever com bastante acurácia o tempo de vida das baterias de Li-Po, apresentado um erro médio de 1,08%. Ressalta-se que estes resultados satisfatórios se devem, em grande parte, ao fato deste modelo ser capaz de capturar dois efeitos não lineares que ocorrem durante o processo de descarga de uma bateria: o efeito de recuperação e o efeito da taxa de capacidade.

Como trabalhos futuros pretende-se analisar o desempenho do modelo RV para descargas variáveis no tempo, uma vez que neste artigo foram abordadas apenas descargas constante.

6. Agradecimentos

Os autores agradecem à Unijuí pelo apoio financeiro e ao GAIC, pela infra-estrutura.

Referências

- Chen, M.; Rincón-Mora, G. “Accurate electrical battery model capable of predicting runtime and i-v performance,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, no. 2, June 2006.
- Chiasserini, C.; Rao, R. “Pulsed battery discharge in communication devices,” *Proceedings of the 5th International Conference on Mobile Computing and Networking*, p. 88–95, 1999.

- Fuller, M. D. T. F.; Newman, J. "Simulation and optimization of the dual lithium ion insertion cell," *Journal of the Electrochemical Society*, vol. 141, no. 1, p. 1–10, 1994.
- Jongerden, M.; Haverkort, B. "Battery modeling," Technical Report in Faculty Electrical Engineering, Mathematics and Computer Science, 2008.
- Kim, T. "A hybrid battery model capable of capturing dynamic circuit characteristics an nonlinear capacity effects". Muly 2012.
- Manwell, J. F.; McGowan, J. G. Lead acid battery storage model for hybrid energy systems, *Solar Energy*, vol. 50, no. 5, p. 399-405, 1993.
- Rakhmatov, D.; Vrudhula, S. "An analytical high-level battery model for use in energy management of portable electronic systems," National Science Foundation's State/Industry/University Cooperative Research Centers' (NSFS/IUCRC) Center for Low Power Electronics (CLPE), pp. 1 – 6, 2001.
- Rakhmatov, D.; Vrudhula, S.; Wallach, D. A. "Battery lifetime prediction for energy-aware computing," in *Proceedings of the 2002 International Symposium on Low Power Electronics and Design*, ser. ISLPED '02. New York, USA: ACM, 2002, p. 154–159.
- Romio, L.; Sausen, A.; Sausen, P. S.; Reibold, M.. Aplicação de Identificação de Sistemas no Tempo de Vida de Baterias de Dispositivos Móveis. *Vetor (FURG)*, v. 22, p. 18-33, 2012.
- Schneider, K. K., "Modelos analíticos na predição do tempo de vida de baterias utilizadas em dispositivos móveis," *Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí-RS, Março 2011.*
- Silva, B. F.; Sausen, A. Z. R.; Sausen, P. S.; Reibold, M. M. P. "Método da procura em rede melhorado: Uma proposta para a estimação dos parâmetros do modelo de rakhmatov e vrudhula," *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional (TEMA)*, vol. 14, no. 3, p. 463–482, 2013.
- Silva, B. F.; Sausen, P. S.; Sausen, A.. Parameters Estimation of the Rakhmatov and Vrudhula Model from the Optimization Method Search in Improved Network. *ISRN Applied Mathematics*, v. 2014, p. 1-9, 2014.
- Tremblay, O., Dessaint, L. A. "Experimental Validation of a Battery Dynamic Model for EV Applications." *World Electric Vehicle Journal*. Vol. 3 - ISSN 2032-6653 - © 2009 AVERE, EVS24 Stavanger, Norway, May 13 - 16, 2009.