

# Desenvolvimento de Algoritmos para o Problema da Árvore Geradora Mínima Generalizado

Fernando de Cristo, Robson Moacir Remontti

Instituto Federal Farroupilha (IFFar) - Campus Frederico Westphalen – RS - Brasil

fernando.cristo@iffarroupilha.edu.br, robson09tt@gmail.com

**Abstract.** *The Generalized Minimum Generating Tree Problem, is relatively new that has been little studied in the area of combinatorial optimization. Present in various real-world situations, such as telecommunications networks, vehicle routing, allocation of workers to their tasks, among others. The problem can be solved with techniques that bring us approximate solutions, better or worse than those already found in the literature. In this work still in progress, the implementation of a local search algorithm and its satisfactory results obtained so far is presented.*

**Resumo.** *O Problema da Árvore Geradora Mínima Generalizado, é relativamente novo e pouco estudado na área de otimização combinatória. Presente em diversas situações do mundo real, como redes de telecomunicações, roteamento de veículos, alocação de trabalhadores em suas tarefas, entre outros. O problema pode ser resolvido com técnicas que nos trazem soluções aproximadas, melhores ou piores daquelas já encontradas na literatura. Neste trabalho ainda em andamento, é apresentado a implementação de um algoritmo de busca local e seus resultados satisfatórios obtidos até o momento.*

## 1. Introdução

O Problema da Árvore Geradora Mínima Generalizado (PAGMG) tem sido de grande interesse a pesquisadores na área de otimização combinatória pelo seu nível de complexidade. Dado um Grafo  $G$  não orientado do qual seus vértices  $V$  e arestas  $E$  estão separados por grupos, o PAGMG consiste em encontrar uma Árvore Geradora Mínima com o menor valor de suas arestas interligando os grupos, como colocado por (MYUNG, 1995).

Otimização combinatória é um processo de tomada de decisões que procura encontrar soluções possíveis a um problema encontrado. Este problema está presente em diversas aplicações da vida real, tais como, problemas de roteamento de veículos, o problema do caixeiro viajante com coletas de prêmios, alocação de trabalhadores em suas tarefas, redes de telecomunicações, entre outros. O problema pode ser resolvido com algumas técnicas que nos trazem soluções aproximadas, melhores ou piores daquelas já encontradas na literatura. Segundo Reeves (1993) citado por Cristo, F (2008), existem vários problemas de otimização, alguns métodos não exatos, como métodos heurísticos, uma vez que sua formulação e/ou resolução exatas levariam a uma complexidade computacional intratável.

O Problema da Árvore Geradora Mínima Generalizado (PAGMG), é da classe NP-Difícil. Como colocado por Myung et al. (1995), é improvável que exista um algoritmo que resolva o problema em tempo polinomial com uma solução “ótimo

global". Trata-se de um problema ainda pouco estudado, desta forma, ainda há espaço para desenvolvimento de novos algoritmos na tentativa de encontrar melhores soluções computacionais para o problema.

## 2. Referencial Teórico

O problema da Árvore Geradora Mínima Generalizado (PAGMG), é uma generalização do Problema da Árvore Geradora Mínima (PAGM). Dado um Grafo  $G$  não orientado do qual seus vértices  $V$  e Arestas  $E$  estão separados por grupos, o PAGMG consiste em encontrar uma Árvore Geradora Mínima com o menor valor de suas arestas interligando os grupos, como colocado por (MYUNG, 1995).

Segundo Dror et al. (2000) esse problema é de fundamental importância para a otimização combinatória, tendo uma grande aplicação nas mais diversas áreas como redes de telecomunicações, redes de energia elétrica, problemas de roteamento de veículos e segue a mesma ideia do problema do caixeiro viajante generalizado, que tenta determinar a menor rota de um grupo de conjuntos de cidade, começando e voltando para a mesma cidade de origem. Dror et al. (2000) apresenta uma variante da PAGMG em que o mesmo não usa exatamente um vértice por grupo para formar a árvore geradora mínima como proposto por Myung et al. (1995), e sim pelo menos um vértice de cada grupo.

Ferreira et al. (2007) propôs versões da metaheurística GRASP (*Greed Randomized Adaptive Search Procedure*) de forma adaptativa para o PAGMG, usando mecanismos com reconexão de caminhos e busca local para aprimoração. Ele implementou oito algoritmos construtivos, expondo que cinco deles neste trabalho obtiveram resultados significativamente melhores que os outros três. Realizou também um algoritmo baseado na formulação para o Problema de Steiner em Grafos Direcionado. Apresentando ainda regras para o pré-processamento de instâncias euclidianas baseado no conceito de Distância *Bottleneck* para redução de instâncias do PAGMG.

Cristo et al. (2008) em seu trabalho, implementa um algoritmo de busca tabu com reconexão de caminhos e busca local iterativa para o PAGMG. Cristo utiliza 271 instâncias da TSPLIB (*Traveling Salesman Problem Library*) e mais 20 instâncias para a extensão do problema com um vértice por grupo em seus testes computacionais, obtendo resultados satisfatórios para os problemas. Nota-se a implementação inicialmente de duas metaheurísticas, Busca Tabu e um Algoritmo Genético, tendo três variações de busca tabu, onde grandes melhorias são vistas após a adição da técnica de reconexão de caminhos. Sendo que a Busca Tabu forneceu melhores resultados, desenvolveu-se cerca de trinta versões utilizando técnicas de reconexão de caminhos, busca em vizinhança e busca local iterativa até chegar aos seus resultados finais.

## 3. Metodologia

Após um estudo realizado sobre o Problema da Árvore Geradora Mínima Generalizado, definiu-se a linguagem de programação C/C++, para que pudesse executar de forma mais rápida os algoritmos desenvolvidos para este trabalho. Foi desenvolvido até o momento três algoritmos para a resolução do problema, um algoritmo construtivo, um algoritmo heurístico de busca local, e um Algoritmo de Prim, para calcular a Árvore Geradora Mínima deste problema.

O processo de desenvolvimento iniciou-se com a leitura das instâncias de forma a aloca-las em matrizes de memória fixa, a fim de minimizar tempo de processamento para a alocação de memória. Terminada a leitura dessas instâncias, desenvolveu-se um algoritmo construtivo, que tem como ideia principal selecionar os vértices com menor custo, para gerar uma solução inicial com a menor distância média em relação aos seus grupos vizinhos.

Dada essa solução corrente com o algoritmo construtivo, desenvolveu-se um algoritmo guloso de busca local. Um algoritmo de busca local percorre a vizinhança da solução inicial em busca de outra com o menor custo. Se a solução vizinha for encontrada, o vértice passa a fazer parte da nova solução corrente substituindo o vértice inicial. Caso contrário a solução permanece a mesma.

A cada iteração, o algoritmo de busca local procura trocar o vértice na presente solução por outro que não faz parte da solução e que pertença ao mesmo grupo. O algoritmo que faz esta avaliação é o Algoritmo de Prim. Adaptado para este problema, o Algoritmo de Prim, calcula e retorna o custo mínimo da solução corrente gerada pela busca local. A busca local é interrompida quando não é possível encontrar nenhum melhoramento na solução, permanecendo assim em um ótimo local.

#### 4. Resultados Parciais Obtidos

Para os testes computacionais, utilizou-se um computador equipado com um processador Intel Core I5-2410m 2.30GHz e 8GB de memória RAM executando o sistema operacional Windows 7 Ultimate 64Bits. Todo algoritmo deste trabalho foi desenvolvido em C/C++ usando a plataforma de desenvolvimento NetBeans 8.2.

Na Tabela 1, apresentam-se os resultados obtidos de 29 instâncias com tamanhos entre 47 e 226 vértices com seus respectivos nomes. Primeiramente temos o Ótimo Global encontrado na literatura. Segundo temos o resultado que o algoritmo construtivo nos retornou, repare que para a instância *9eil51* o resultado ótimo foi alcançado sem a necessidade da iteração da busca local. Terceiro vemos o resultado obtido com a Heurística de Busca Local, apresentando valores ótimos em 12 das 29 instâncias em um tempo de processamento de 449ms (*milissegundos*). Em último podemos visualizar o quanto em porcentagem a busca local ficou longe do ótimo global.

A próxima etapa de desenvolvimento será a Busca Tabu, a fim de aprimorar os valores obtidos e encontrar a solução ótimo global para todas instâncias aqui exibidas, buscando sempre um tempo de processamento satisfatório ou inferior ao que a literatura nos trouxe.

Tabela 1 - Resultado para instâncias *Grid Clustering*  $\mu = 10$ 

Instância	Ótimo	Construtivo	Busca Local	Distância para o ótimo
0 7att48	6667	7809	6667	-
1 9eil51	100	100	100	-
2 9st70	147	160	147	-
3 9eil76	94	103	96	2,08%
4 9pr76	20501	23001	20501	-
5 15gr96	186	205	188	1,06%
6 16rat99	308	355	309	0,32%
7 16kroa100	5987	7068	6148	2,62%
8 16krob100	6058	7100	6058	-
9 16kroc100	5534	6834	5534	-
10 16krod100	5904	6868	6228	5,20%
11 16kroe100	6450	7141	6450	-
12 16rd100	2287	2574	2314	1,17%
13 16eil101	141	176	143	1,40%
14 16lin105	4542	5286	4653	2,39%
15 12pr107	16754	16779	16772	0,11%
16 14pr124	18554	20472	18554	-
17 14bier127	43778	47163	44499	1,62%
18 16pr136	21732	27484	22049	1,44%
19 15gr137	197	217	203	2,96%
20 16pr144	32510	33301	32510	-
21 16kroa150	5229	6774	5305	1,43%
22 16krob150	5494	6649	5550	1,01%
23 16pr152	33340	34593	33340	-
24 23u159	12659	15363	12659	-
25 25rat195	482	598	501	3,79%
26 25kroa200	6895	9196	7102	2,91%
27 25krob200	6922	9084	7318	5,41%
28 27pr226	43389	47570	43389	-
<b>MÉDIA DE DISTÂNCIA</b>				<b>2,17%</b>

## Referências

- CRISTO, F. **Desenvolvimento de Metaheurística para o Problema da Árvore Geradora Mínima Generalizado**. 2008. 68p. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2008.
- DROR, M.; HAOUARI, M.; CHAOUACHI, J. **Generalized Spanning Trees**. *European Journal of Operational Research*, 120,p. 583-592, 2000.
- FERREIRA, C. M. S. **Algoritmos para o Problema da Árvore Geradora Mínima Generalizado**. 2007. 84.p. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2007.
- MYUNG, Y. S., LEE, C. H. E TCHA, D. W. **On the Generalized Minimum Spanning Tree Problem**. *Networks*, 26, p. 231-241, 1995.